

reconstrucción de imágenes tomográficas técnicas en el dominio real

La tomografía transaxial es una técnica radiográfica, que permite obtener imágenes de secciones bidimensionales, pertenecientes a estructuras tridimensionales mediante la exploración apropiada y utilizando algún tipo de radiación.

En este trabajo se presentan algunos de los algoritmos de reconstrucción, que tienen como característica común, el procesamiento de los datos directamente en el dominio real, excluyendo cualquier otro tipo de manipulación. Asimismo, se incluye una breve introducción a los métodos de reconstrucción analógicos.

Carlos Robaina Padrón, Miguel Angel Muriel Fernández y J.A. Martín Pereda

IMAGE RECONSTRUCTION METHODS FROM TRANSAXIAL TOMOGRAPHIC SAMPLES (II) Real Space Techniques

Transaxial tomography is a radiographic technique, that provides an image of an isolated two-dimensional section of a three-dimensional object.

Some of the reconstruction algorithms, which have the common attribute of processing the data directly in real space omitting other operating types, are reviewed in this paper. A brief introduction to the analog reconstruction methods, are also shown.

INTRODUCCION

En todo método utilizado para la reconstrucción de secciones transversales ha de existir un modelo definido, bien implícita o explícitamente, que permita la parametrización de la distribución bidimensional a reconstruir (densidad de la fuente en la tomografía emisiva o coeficiente de atenuación en la de transmisión).

Por regla general, las distribuciones se representan dividiendo la región a reconstruir en una serie de cuadrículas elementales no solapadas (celdillas), asignándoles el algoritmo de reconstrucción los valores estimados de la distribución original. Este modelo permite la representación de imágenes en ordenadores digitales y sus respectivas proyecciones en forma de configuraciones (arrays) bidimensionales de números, cada uno de ellos representando el valor del parámetro estimado, y en listas unidimensionales respectivamente. A cada celdilla elemental se le asocia un punto muestral, que coincide con su centro geométrico, punto de reconstrucción, en el cual, se considerará concentrado todo el valor del parámetro a representar [5].

Las diferentes proyecciones se estiman mediante un barrido de rayos-X u otro tipo de radiación, de anchura finita

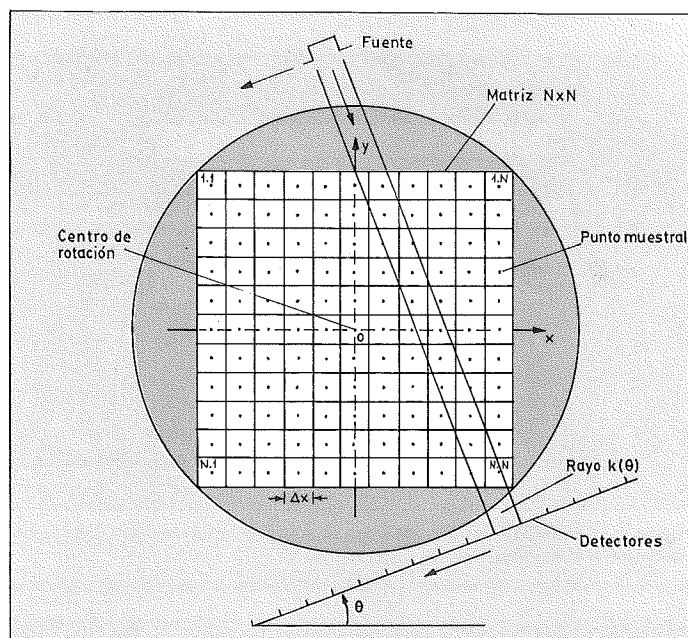


Figura 1. Dominio de reconstrucción. Disposición paralela de exploración para una proyección en el ángulo θ . El centro de rotación coincide con el del «array».

y paralelos entre sí, que recubren total o parcialmente la sección a reconstruir, dando cada rayo una medida del valor que toma la función original en la zona por él atravesada. Esta exploración transversal se lleva a cabo N veces, bajo ángulos diferentes y equiespaciados en el rango $[0, \pi]$ (figura 1).

CLASIFICACION DE LOS METODOS

Las técnicas desarrolladas en el dominio real pueden englobarse en cuatro grandes subgrupos:

- a) Técnicas directas.
- b) Técnicas iterativas.
- c) Técnicas que usan compensación.
- d) Técnicas analógicas.

A su vez cada uno de estos subgrupos contienen entre otros a los siguientes métodos:

- a.1) Inversión matricial.
- a.2) Método aritmético.
- a.3) Corrección ortogonal tangencial.
- a.4) Inversión de la transformada de Abel.
- b.1) Técnicas de reconstrucción algebraicas «ART».
- b.2) Técnicas de reconstrucción simultánea «SIRT».
- b.3) Técnicas de los mínimos cuadrados.
- c.1) Superposición lineal (retroproyección) con compensación «LSC», y cuya exposición es el objetivo de este artículo.

TECNICAS DIRECTAS

Método de la inversión matricial o sistema de ecuaciones

Adoptado el modelo reticular de celdillas elementales, veamos un algoritmo basado en un sistema de ecuaciones lineales, fruto de la geometría elegida, el cual da una idea muy intuitiva del problema a resolver (figura 2) [2]; [3].

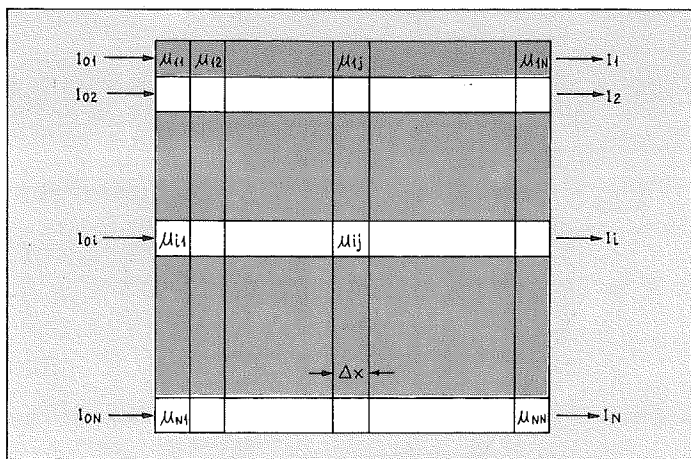


Figura 2. Modelo básico de una imagen, representando los coeficientes de absorción elementales.

Asignándole a cada celdilla el valor del coeficiente de atenuación lineal que presenta al paso de la radiación utilizada, y, conocido cada uno de los μ_{ij} , la reconstrucción de la imagen estaría resuelta. Se ha supuesto que la anchura de cada rayo explorador coincide con la dimensión longitudinal de cada celdilla.

La relación existente entre las intensidades fotónicas incidente y transmitida para cada rayo explorador, puede expresarse como:

$$I_n = I_{on} \exp(-\sum \mu_{ij} \Delta x_{ij}) \quad (1)$$

donde I_n e I_{on} son las intensidades captada por el receptor y emitida por la fuente para el rayo n respectivamente, μ_{ij} los coeficientes de atenuación lineal de cada una de las celdillas exploradas por dicho rayo y Δx_{ij} la distancia de absorción en cada una de ellas.

Es inmediato comprobar:

$$I'_n = \ln \left[\frac{I_{on}}{I_n} \right] = \sum_{i,j} \mu_{ij} \Delta x_{ij} \quad n=1, \dots, N \quad (2)$$

Cada una de las proyecciones representará un sistema de N ecuaciones lineales con $N \times N$ incógnitas. Para la proyección en $\theta = 0^\circ$, el sistema queda:

$$\begin{aligned} \mu_{11} \Delta x_{11} + \mu_{12} \Delta x_{12} + \dots + \mu_{1N} \Delta x_{1N} &= I'_1 \\ \mu_{21} \Delta x_{21} + \mu_{22} \Delta x_{22} + \dots + \mu_{2N} \Delta x_{2N} &= I'_2 \\ \mu_{N1} \Delta x_{N1} + \mu_{N2} \Delta x_{N2} + \dots + \mu_{NN} \Delta x_{NN} &= I'_N \end{aligned} \quad (3)$$

En notación matricial: $[W] \cdot [\mu] = [I]$, por lo que la solución buscada será: $[\mu] = [W]^{-1} \cdot [I]$, donde $[W]^{-1}$ es la matriz inversa de $[W]$.

Para proyecciones bajo ángulos distintos de 0 y $\pi/2$, los rayos no exploran completamente cada celdilla existiendo una compartición de éstas por varios rayos adyacentes. Δx_{ij} no podrá considerarse más como una unidad de longitud idéntica para todas las proyecciones, por lo que ha de ir variando a medida que lo hace θ (dependencia de los w_{ij} con θ). La matriz $[W]$ puede considerarse como una forma de ponderación, basada en la geometría de la exploración y modelo elegido.

Una vez calculada la matriz $[W]$, el principal problema es su inversión ya que las dimensiones de ésta son $(N \times N) \times$ (número de proyecciones \times número de rayos por proyección), incluso con la ventaja de que muchos de sus elementos son nulos. Si se consigue calcular $[W]^{-1}$, la solución será simplemente una sucesión de multiplicaciones y sumas. Más importante aún es, cómo obtener un sistema de ecuaciones compatible y determinado, condición imprescindible para poder hallar $[W]^{-1}$, dado que la exploración secuencial no lo asegura. Se tendría que partir de un sistema supra determinado, más ecuaciones que incógnitas, con la consiguiente pérdida de tiempo, e ir investigando los rangos de las distintas matrices $[W]$ y, éstas, orladas con los términos independientes hasta encontrar aquellas cuyos rangos sean iguales al número de incógnitas $(N \times N)$. Esta ingente tarea es lo que ha hecho abandonar este sistema en favor de otros métodos mucho más rápidos.

Método aritmético

Una vez descartada la posibilidad de resolver un sistema de ecuaciones tan inmenso, se recurrió a otros métodos que tratan de hallar una solución aproximada a dicho caso, sin necesidad de introducirse en su cálculo directo. Tanto el modelo geométrico como el tipo de exploración por rayos paralelos siguen manteniéndose.

Las soluciones aritméticas se basan en las dos premisas siguientes:

- a) Todos los puntos muestrales explorados por un mismo rayo, contribuyen de igual forma a la suma total detectada para dicho rayo.
- b) La superposición lineal del conjunto de reconstrucciones intervinientes, basadas en la premisa a) y obtenidas a partir de cada una de las proyecciones giradas un cierto ángulo (equiespaciamiento angular), aproximarán la solución final.

El proceso de reconstrucción podrá comenzar una vez obtenido el dato correspondiente al primer rayo de la primera proyección, dado que, éstos se utilizarán de forma ordenada y secuencial.

Sea $P_{k(\theta)}$ el valor que toma la proyección realizada en el ángulo θ para el rayo k . Dividimos la suma $P_{k(\theta)}$ por el número de puntos muestrales atravesados por dicho rayo, $n_{k(\theta)}$, asignándole el resultado a cada uno de dichos elementos del «array». Esto se realiza con todos los rayos que forman la proyección, obteniéndose una reconstrucción que es un fiel reflejo de los datos. Dicho proceso se lleva a cabo utilizando todas las proyecciones, por lo que la reconstrucción final será la suma de todas las anteriores. Por último, bastará con una normalización para llegar a la imagen resultante [2]. Las imágenes así obtenidas, presentan falta de resolución y bajo contraste, debido al ruido que esta técnica incorpora, y, donde los resultados no son cuantificables. Por el contrario, esta técnica es muy rápida, desde el punto de vista del procesamiento es muy simple, pudiéndose llevar a cabo en ordenadores de pequeña capacidad e incluso mediante técnicas analógicas.

Otro de los métodos aceptados para la reconstrucción de imágenes tomográficas es el llamado corrección ortogonal tangencial [3], el cual distribuye los datos de cada proyección de acuerdo a un factor de proporcionalidad calculado a partir de la proyección ortogonal a la misma. En los pasos siguientes, los valores asignados a cada punto de reconstrucción se modifican, de forma que sigan siendo congruentes no sólo con los datos de la nueva proyección, sino también con los anteriores. Para modelos sencillos, las imágenes que se obtienen son de buena calidad, aumentando la ambigüedad considerablemente a medida que los modelos se vuelven más complejos.

Inversión de la transformada de Abel

La ecuación integral de Abel es un método particular de reconstrucción, la cual describe la relación entre distribuciones encerradas en dominios circulares, necesariamente sólo dependientes de la coordenada radial, y sus proyecciones. La detección de rayos-X y emisión de microondas son dos ejemplos que, usando esta técnica permite representar los perfiles radiales de densidades internas.

Al no abundar en la práctica este tipo de distribuciones, se ha intentado con cierto éxito aplicar esta técnica a cortes asimétricos y secciones elípticas.

La simetría circular hace que las proyecciones no dependan de θ , por lo que una sola basta para determinar la función original [10] (figura 3). La función proyección será:

$$P(y=y_0) = \int_{-x_0}^{x_0} F(r) \cdot dx \quad (4)$$

Haciendo el cambio $x = (r^2 - y^2)^{1/2}$, es inmediato llegar a:

$$P(y) = 2 \int_y^R \frac{F(r) \cdot r \cdot dr}{(r^2 - y^2)^{1/2}} \quad (5)$$

que es la conocida transformada de Abel, donde $F(r)$ es la función a reconstruir, y, el factor 2 aparece debido a que para todo valor de r existen dos valores de x en el camino de integración.

Una solución particular de la transformada inversa de Abel es:

$$F(r) = -\frac{1}{\pi r} \cdot \frac{d}{dr} \left[\int_r^R \frac{P(y) \cdot y \cdot dy}{(y^2 - r^2)^{1/2}} \right] \quad (6)$$

En la práctica, la función $P(y)$ es un conjunto de valores estimados en puntos discretos de y . La variación continua de

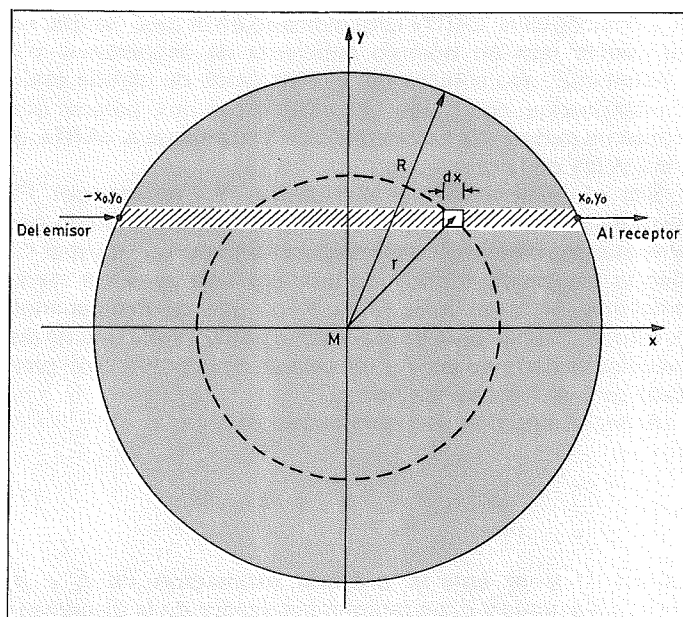


Figura 3. Relaciones geométricas entre las variables para una sección transversal circular.

la intensidad entre dos valores $P(y_n)$ y $P(y_{n+1})$, $n=0,1,2,\dots$, puede aproximarse mediante interpolación polinómica, haciendo que la ecuación (6) sea rápidamente integrable.

TECNICAS ITERATIVAS

Estos métodos se basan en la habilidad para ajustar el valor del parámetro en cada punto de reconstrucción, de forma que, su proyección sea lo más próxima posible a los datos medidos experimentalmente. La forma de encajar los datos es mediante un procedimiento iterativo.

Las consideraciones más importantes a la hora de seleccionar la técnica iterativa más apropiada son:

- Imunidad al ruido; posibilidad de incorporar factores compensadores de éste.
- Velocidad de convergencia; número de iteraciones para alcanzar una solución cuantificable.
- Facilidad de incorporar al algoritmo información que se posee antes de iniciar la reconstrucción.

Técnicas de reconstrucción algebraicas «ART»

Las bases de los algoritmos «ART» son simples e intuitivas, habiéndose concebido como técnicas iterativas. Cada parámetro, densidad o atenuación proyectado, se evalúa como la suma de aquellos elementales recorridos por el rayo explorador.

Se estima un valor del parámetro a representar en cada uno de los elementos de reconstrucción, modificándolos a continuación mediante un factor compensador de la discrepancia entre las sumas medidas y calculadas para cada rayo. Si ambas coinciden, se supone que los valores de reconstrucción adjudicados son los correctos y, si no es así, se aplica el factor corrector. El procedimiento se realiza de forma iterativa comenzando una nueva aproximación una vez se han utilizado todas las proyecciones disponibles, hasta conseguir la imagen deseada [5]; [6].

Se ha demostrado en la práctica, que esta técnica de reconstrucción converge, siendo una alternativa válida para hallar una solución al conjunto de ecuaciones lineales de

$N \times N$ incógnitas. «ART» está indicado en el caso de que no se cuente con un número suficiente de ecuaciones, y/o existen múltiples soluciones, y/o los datos de partida están contaminados con ruido. El «EMI-Scanner» parece que utiliza un método de reconstrucción equivalente al «ART», al menos los de la primera generación [8].

Sea el dominio de reconstrucción R formado por P^2 elementos, donde cada uno de ellos viene determinado por el vector de posición correspondiente a su punto muestral \vec{r}_i , siendo explorado dicho dominio por una serie de rayos paralelos, M , y anchura finita a los que denominaremos pasillo, S_j . Los valores de reconstrucción de cada una de las celdillas se denotan por f_i y los valores de la proyección para cada una de los pasillos por p_j .

Al ser el algoritmo iterativo tenemos:

$$p_j^q = c_j \cdot \sum_{i/\vec{r}_i \in S_j} f_i^q \quad j=1, \dots, M \quad (7)$$

donde f_i^q y p_j^q son la q -ésima estimación de f_i y p_j respectivamente y c_j un factor minimizador de la discrepancia geométrica.

Si por \bar{f} designamos el valor medio de la distribución a reconstruir, el «ART» aditivo puede expresarse como:

$$f_i^q = \bar{f} \quad i=1, \dots, P^2 \quad (8)$$

$$f_i^{q+1} = \max [0, f_i^q + (p_j - p_j^q) / (c_j N_j)] \quad i/\vec{r}_i \in S_j$$

El procedimiento iterativo comienza asignando a cada elemento de reconstrucción un valor constante, por ejemplo $f_i^0 = \bar{f}$ para, a continuación ir variándolos de acuerdo al factor corrector. N_j es el número de elementos por proyección y rayo $i/\vec{r}_i \in S_j$. El operador \max garantiza que $f_i^q \geq 0$.

El valor de partida f_i^0 a menudo se toma igual a cero. La ventaja de comenzar con otro valor estriba en que la secuencia f_i^q en q , convergerá más rápidamente a medida que f_i^q esté más próximo al valor final. Bajo condiciones especiales de exploración se puede hacer que $c_j \equiv 1$. Esto se consigue haciendo que los rayos exploradores sean de anchura variable, $a \cdot \cos \theta_i$, donde a es la dimensión longitudinal de las celdillas y θ_i el ángulo que forma la perpendicular a los rayos con el eje X [9].

El valor óptimo de q ha de hallarse en la mayoría de los casos de forma empírica, teniendo en cuenta la posible divergencia de las soluciones, debido a las aproximaciones introducidas que pueden hacer que el sistema de ecuaciones sea incompatible para los datos de partida.

Entre las numerosas versiones de «ART» se tiene la denominada multiplicativa.

$$f_i^{q+1} = (p_j / p_j^q) f_i^q \quad i/\vec{r}_i \in S_j \quad (9)$$

Este ha de comenzarse obligatoriamente con algún $f_i^0 > 0$, ya que de lo contrario se obtendría la solución trivial $f=0$. Tiene la ventaja sobre el aditivo, que la subregión de R que contiene la distribución a reconstruir queda mucho más delimitada.

Técnica de reconstrucción simultánea «SIRT»

Esta técnica se diferencia del «ART» en que en cada iteración los valores f_i^q se modifican, utilizando los datos de todas las proyecciones disponibles de forma simultánea.

$$f_{(i,j)}^{q+1} = \max. [0, f_{(i,j)}^q + \frac{\sum_{\theta} P_k(\theta)}{\sum_{\theta} L_{k(\theta)}} - \frac{\sum_{\theta} R_k^q(\theta)}{\sum_{\theta} N_{k(\theta)}}] \quad (10)$$

donde (i,j) es el elemento de P^2 que se encuentra inmerso en el rayo $k(\theta)$; $L_{k(\theta)}$ es la longitud del mismo dentro del espacio R ; $P_{k(\theta)}$ es la estimación de la función proyección hecha de la distribución real, densidad o coeficiente de atenuación, y realizada por el rayo explorador $k(\theta)$; $R_{k(\theta)}^q$ es la estimación de los valores reconstruidos inmersos en el rayo $k(\theta)$ durante la q -ésima iteración:

$$R_{k(\theta)}^q = \sum_{(i,j) \in \text{rayo } k(\theta)} f_{(i,j)}^q \quad (11)$$

y $N_{k(\theta)}$ el número de puntos de reconstrucción en el rayo $k(\theta)$. Tras cada iteración, el «array» reconstruido ha de normalizarse, tal, que la suma de los $f_{(i,j)}$ coincida con la del conjunto de las M muestras que forman cada proyección.

$$T = \sum_{k=1}^M P_{k(\theta)} \quad T' = \sum_i \sum_j f_{(i,j)}^{q+1} \quad (12)$$

por lo que el «array» normalizado será:

$$f_{(i,j)}^{q+1} = T f_{(i,j)}^{q+1} / T' \quad (13)$$

donde $f_{(i,j)}^{q+1}$ son los valores del «array» antes de ser normalizados.

$L_{k(\theta)}$ puede aproximarse a la máxima longitud de todas las líneas substendidas entre $k-1$ y k . Dicho cálculo no es necesario utilizando la versión modificada siguiente:

$$f_{(i,j)}^{q+1} = \max \left[0, f_{(i,j)}^q + \frac{\sum_{\theta} P_k(\theta) - \sum_{\theta} R_k(\theta)}{\sum_{\theta} A_{k(\theta)}} \right] \quad (14)$$

donde $A_{k(\theta)}$ es el área en R intersectada por el rayo $k(\theta)$.

La ventaja del «SIRT» sobre el «ART» es que sus soluciones no divergen a partir de ningún valor de q [4], siendo su convergencia rápida y progresiva.

Técnica de los mínimos cuadrados

Como medida de discrepancia entre los datos medidos y las proyecciones resultantes de la estimación en curso de los valores asignados a cada elemento de reconstrucción, se utiliza la función:

$$\chi^2(F) = \sum_{\theta} \sum_{k=1}^M (P_{k(\theta)} - R_{k(\theta)})^2 / \sigma_{k(\theta)}^2 \quad (15)$$

donde F representa el «array» de reconstrucción, $P_{k(\theta)}$ es el valor de la proyección en el rayo $k(\theta)$ y $\sigma_{k(\theta)}$ es la incertidumbre o desviación típica con la que se supone que se ha medido $P_{k(\theta)}$.

Los elementos de la imagen $f_{(i,j)}$ satisfacen la relación:

$$R_{k(\theta)} = \sum_{(i,j) \in \text{rayo } k(\theta)} w_{ij}^0 f_{(i,j)} \quad (16)$$

que es el valor proyectado de la estimación realizada y a comparar con su homólogo verdadero en el rayo $k(\theta)$ [2]; [7].

Se conocen como métodos de los mínimos cuadrados aquellos que se basan en minimizar la función $\chi^2(F)$, habiendo sido desarrollados para la determinación de distribuciones de densidad o coeficientes de atenuación en medicina nuclear y radiología. Actualmente, estas técnicas se vienen utilizando con gran éxito en la tomografía emisiva.

Lo que se trata es minimizar el error existente entre las proyecciones medida y estimada en la q -ésima iteración en la forma de mínimos cuadrados. Por Δ^q denominamos la variación existente entre dos reconstrucciones obtenidas en iteraciones sucesivas, consistiendo el método en hallar un factor amortiguador δ^q , tal que $f_{(i,j)}^{q+1} = f_{(i,j)}^q + \delta^q \Delta^q$, minimice $\chi^2(f_{(i,j)}^{q+1})$. Esto se consigue derivando esta función con respecto a δ^q e igualando a cero, de donde se despeja δ^q .

Como medida de la exactitud de las reconstrucciones suele utilizarse la discrepancia α^q entre las distribuciones de actividades verdadera y reconstruida.

$$\alpha^q = \left[\sum_{i,j} (f_{(i,j)} - f_{(i,j)}^q)^2 / \sum_{i,j} (f_{(i,j)} - f_{(i,j)}^0)^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

donde $f_{(i,j)}$ es el verdadero valor de la distribución en el elemento (i,j) ; $f_{(i,j)}^q$ es el valor en ese mismo punto de la actividad reconstruida en la q -ésima iteración y $f_{(i,j)}^0$ es el valor medio de la distribución real asignado a todos los elementos al inicio de la reconstrucción [9].

TECNICAS QUE UTILIZAN COMPENSACION

La simple superposición lineal o retroproyección [1] de un número de rayos de anchura finita, da lugar a una imagen borrosa, apareciendo un efecto perturbador denominado halo, cuyo grado depende del número de exploraciones y de la anchura finita de los rayos. Dicho efecto puede amortiguarse mediante la adecuada ponderación de los datos a retroproyectar, y la forma de obtener la función ponderadora es lo que define al método. Esta puede desarrollarse en el dominio real, dando lugar al algoritmo «LSC» o en el de la frecuencia, con lo cual nos encontraríamos con las técnicas basadas en la transformada de Fourier (tratadas en el artículo sobre el dominio de la frecuencia).

Superposición lineal con compensación «LSC»

Este algoritmo se basa en dos principios fundamentales:

- a) Factores de peso, elementos de correlación entre los rayos exploradores y los elementos de reconstrucción.
- b) Función de compensación obtenida en el dominio real.

La exploración se realiza mediante rayos paralelos de anchura finita y en un conjunto de ángulos diferentes [3]; [4] siendo el dominio de reconstrucción un cuadrado dividido en P^2 elementos iguales, cuadrados y no solapados.

a) Factores de peso «WF»

Dado que los rayos están girando alrededor del centro del espacio de reconstrucción, y, que la anchura de éstos es igual a la dimensión longitudinal de un elemento de reconstrucción, existen unos factores de correlación entre

las áreas exploradas elementales y la propia de la celdilla que no son constantes, sino que varían entre 0 y la unidad, valores normalizados al área del elemento de reconstrucción, dependiendo del ángulo y posición entre elemento y rayo, y que denominamos factores de peso «WF».

Los «WF» son vectores y, por tanto, conllevan información de amplitud y posición, siendo su número $(P \times P) \times (N \times M)$; donde N es el número de exploraciones angulares y M el de rayos por proyección. Estos mismos son aplicables a la técnica de la inversión matricial y a las iterativas sin los problemas que en éstas acarrearán.

b) Función de compensación «TF»

Distorsiones y sombras en la imagen reconstruida es algo inevitable, debido a la anchura finita de los rayos exploradores y a las dimensiones de los elementos de reconstrucción.

A la hora de desarrollar la función compensadora, se ha de suponer que el valor de la proyección para un rayo i , P_i , no sólo va a generar los datos pertenecientes a los elementos por éste atravesados, sino que ha de producir un conjunto de términos compensadores de halo y proporcionales a P_i . La función así generada, es muy similar a la transformada inversa de Fourier de una función rampa y limitada en banda muestreada a intervalos regulares [7].

La imagen así reconstruida será:

$$Z(I,J) = \sum_0 \left[Z(I,J) + w_{ij} (P_{k(\theta)} * TF) \right] \quad (18)$$

para todo $(I,J) \in$ rayo $k(\theta)$.

Donde * significa convolución y w_{ij} es el factor de peso correspondiente.

TECNICAS DE RECONSTRUCCION ANALOGICAS

Básicamente, estos métodos pueden dividirse en dos grandes grupos, aquellos en que no existe voluntariamente filtrado alguno y aquellos otros que lo incorporan deliberadamente. Las imágenes que se obtienen utilizando métodos sin filtrado, son de tan poca calidad que para casos prácticos apenas si se usan, siendo equivalentes a la imagen suma [1]. Estos métodos consisten básicamente en una plataforma que sostiene la película, y el objeto girando en sincronismo de tal forma que, la retroproyección de las proyecciones se superponen aditivamente y de forma continua sobre la película. La imagen obtenida se asemeja a la sección del objeto irradiado convolucionada con una función del tipo $1/r$, donde r es la distancia radial desde el centro de la película y apareciendo el típico efecto de halo, característica común de este tipo de reconstrucciones. Un segundo método perteneciente al primer grupo realiza la reconstrucción en dos pasos. En el primero se explora el corte y se registran las proyecciones en una película montada sobre un cilindro girando en sincronismo con el objeto, tal que las proyecciones no se solapan. En el segundo paso se retroproyectan las proyecciones seleccionándolas mediante una ranura colimadora, la cual está iluminada por una fuente de luz puntual que ilumina en un estrecho abanico la proyección correspondiente, siendo ésta amplificada mediante una lente cilíndrica. Cada elemento de la proyección es retroproyectado sobre el plano de la película fotográfica receptora y en la misma secuencia en que se obtuvieron, estando la película girando a una velocidad equivalente a la del cilindro sobre el que se recogieron las proyecciones. La

imagen así obtenida es muy similar a la anterior, adoleciendo de los mismos defectos que la imagen suma no filtrada.

Los métodos que incorporan filtrado suelen realizarlo mediante la utilización de dos máscaras translúcidas, que llevan grabadas la función ponderal del filtro y, que simulan la función bipolar necesaria en la convolución entre ésta y las proyecciones, obteniéndose la imagen reconstruida sobre un TRC [1].

Existe un tipo de procesamiento óptico basado en la utilización de lentes, las cuales realizan el mismo efecto que la transformada de Fourier, cuando sobre ellas incide luz coherente «láser» [3]. La combinación de dos fuentes de luz coherente y energías diferentes, una de las cuales va modulada por los datos o proyecciones obtenidos en la exploración y en sincronía con ésta, y la otra, realizando el proceso de retroproyección, se consigue mediante las lentes anteriores y un filtro espacial, la reconstrucción deseada. ●

REFERENCIAS

- [1] Barrett, H.H., Swindell, W. «Analog Reconstruction Methods for Transaxial Tomography». Proceedings of the IEEE, Vol. 65, N.º 1, pág. 89-107, enero 1977.
- [2] Budinger, T.F., Gullberg, G.T. «Three-Dimensional Reconstruction in Nuclear Medicine Emission Imaging». IEEE Transactions in Nuclear Science, Vol. NS-21, pág. 2-20, junio 1974.
- [3] Cho, Z.H. «General Views on 3-D Image Reconstruction and Computerized Transverse Axial Tomography». IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. NS-21, pág. 44-71, junio 1974.
- [4] Cho, Z.H., Chan, J.K., Hall, E.L., Kruger, R.P., McCaughey, D.G. «A Comparative Study of 3-D Image Reconstruction Algorithms with Reference to Number of Projections and Noise Filtering». IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. NS-22, pág. 344-358, febrero 1975.
- [5] Gordon, R. «A Tutorial on ART (Algebraic Reconstruction Techniques)». IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. NS-21, pág. 78-93, junio 1974.
- [6] Gordon, R., Herman, G.T., Johnson, S.A. «Image Reconstruction from Projections». Scientific American, Vol. 233, N.º 4, pág. 56-68, octubre 1975.
- [7] Herman, G.T. «Image Reconstruction from Projections. Implementation and Applications». Topics in Applied Physics, Vol. 32, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1979.
- [8] Hounsfield, G.N. «Computerized Transverse Axial Scanning (Tomography): Part. 1. Description of System». British Journal of Radiology, Vol. 46, N.º 552, pág. 1016-1022, diciembre 1973.
- [9] Oppenheim, B.E. «More Accurate Algorithms for Iterative 3-Dimensional Reconstruction». IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. NS-21, pág. 72-77, enero 1974.
- [10] Silver, E., Roney, W. «Distribution of Emitters in an Elliptical Source». Plasma Physics Laboratory, Princeton University, New Jersey.

Nota: La primera parte de este artículo fue publicada en las páginas 93 a 100 de «MUNDO ELECTRÓNICO» N.º 131, mereciendo a criterio del Consejo Asesor de la revista un ACCESIT al «Mejor Artículo sobre Electrónica Profesional 1982-1983».
